

CONTRIBUTION A L'ETUDE DES ECHANGES THERMIQUES EN ECOULEMENT TURBULENT DANS UN TUBE LISSE APPLICATION AUX METAUX LIQUIDES

LIONEL TACCOEN

Ingénieur à Electricite de France, Etudes et Recherches Nucleaires Thermiques et Hydrauliques,
6 quai Watier, 78 Chatou, France

(Reçu le 14 avril 1967)

Résumé—La connaissance des lois à la paroi $\bar{T}^+ = f(y^+, Pr)$ et $u^+ = g(y^+)$ suffit dans certaines géométries simples mais fondamentales, à calculer directement et sans intermédiaire de calcul, les coefficients de convection thermique. Le travail a déjà été effectué pour les fluides courants (air-eau) dans le cas du tube lisse et de la plaque plane. On traite ici le cas des métaux liquides dans les tubes lisses. Cette méthode conduit à des lois d'échange thermique recoupant très bien les résultats expérimentaux. De plus, elle met nettement en évidence le rôle des résistances thermiques de contact.

On remarque que le coefficient A de la loi semi-logarithmique $\bar{T}^+ = A \log y^+ + B$ ne semble pas varier sensiblement avec le nombre de Prandtl. Néanmoins, pour approfondir cette question, de nouvelles mesures sont nécessaires. En tout état de cause, ces mesures doivent être faites pour des nombres de Reynolds, Re , et de Péclet, Pe , très élevées: A peut dépendre de Re pour Re faible.

NOTATIONS

X^+ , signifie que la grandeur X est prise sous forme adimensionnelle;
 \bar{X} , signifie que l'on prend la valeur moyenne de X ;
 X_p , signifie que la grandeur X est prise à la paroi;
 A, B , sont les deux coefficients de la loi $\bar{T}^+ = A \log y^+ + B$;
 C_p , chaleur spécifique;
 D , diamètre du tube;
 H , enthalpie, $H^+ = H/C_p \theta^*$;
 P , pression;
 r , distance au centre du tube;
 R , rayon du tube;
 t , temps, $t^+ = tu^*/R$;
 T , température;
 T^+ , $= \Delta T/\theta^*$ avec $\theta^* = \varphi/\rho C_p u^*$;
 T_p , température à la paroi;
 T_c , température au centre;
 T' , fluctuation de température;
 \vec{V}' , vecteur fluctuation de vitesse;
 U , vitesse de débit;

u^* , vitesse de frottement;
 Ox , placé sur l'axe du tube;
 y , distance à la paroi du tube, $y^+ = yu^*/\nu$;
 Ft , forces de frottement (equation de Navier);
 Ms , nombre de Margoullis, $(\varphi/\rho C_p U)\Delta T_{\text{moy}}$,
 $Ms^* = u^*/U \cdot Ms$;
 Nu , nombre de Nusselt, $\varphi D/\lambda \Delta T_{\text{moy}}$;
 Pe , nombre de Péclet, $Pe = UD/\nu \times Pr = Re Pr$;
 Pr , $(\nu/\lambda) \rho C_p$;
 Re , nombre de Reynolds, $Re = UD/\nu$,
 $Re^* = u^* D/\nu$;
 Sc , nombre de Schmidt, ν/D ;
 Pr_{eff} , $\left(\frac{\nu + \varepsilon_m}{\lambda/\rho C_p + \varepsilon_H} \right)$,
 ε_m et ε_H viscosité et diffusivité thermique turbulentes.

Lettres Grecques

η , r/R ;
 φ , densité du flux;

- λ , conductivité;
 μ , viscosité;
 ν , viscosité cinématique;
 ρ , masse spécifique, $\rho^+ = \rho/\rho_p$;
 θ^* , $\varphi/\rho C_p U^*$;
 A , coefficient de perte de charge,

$$\frac{dp}{dx} = \frac{A}{D} \rho \frac{U^2}{2}.$$

1. INTRODUCTION

DANS un problème d'échange thermique, la connaissance des profils de température près des parois est primordiale, car c'est près des parois qu'existent les gradients de température les plus élevés.

Or près d'une paroi existe une zone "contrôlée" par cette paroi où, mises sous forme adimensionnelle convenable, les relations donnant la température et la vitesses en fonction de la distance à la paroi sont indépendantes du nombre de Reynolds.

On a pu montrer [1, 2] que pour les fluides dont le nombre de Prandtl est un peu inférieur à 1 (air) ou compris entre 1 et 5 (par exemple l'eau), la connaissance de ces lois était suffisante pour calculer directement et avec une très bonne précision les coefficients d'échange thermique dans certaines géométries simples, mais fondamentales (couche limite turbulente sur plaque plane lisse ou tube lisse par exemple).

Ce travail a pour but de montrer que cette hypothèse est aussi parfaitement valable dans le cas des métaux liquides et d'une façon générale pour les fluides dont le nombre de Prandtl est $\ll 1$.

Tout d'abord nous rappellerons certaines propriétés de la zone "contrôlée" par la paroi et nous indiquerons ce que certaines mesures tendent à ajouter à ces propriétés.

Dans ce qui suit, nous nous limiterons au cas du tube en écoulement établi, mais certains des résultats indiqués s'étendraient sans difficulté à d'autres géométries d'écoulement. D'autre part, nous supposerons le fluide incompressible et

les pertes de charge suffisamment faibles pour que le nombre de Prandtl soit le seul paramètre adimensionnel supplémentaire introduit par les phénomènes thermiques (cf. 3.2).

2. RAPPEL DES PROPRIETES DE LA ZONE "CONTROLEE" PAR LA PAROI

Lorsqu'on s'éloigne de la paroi, on constate l'existence, schématiquement, de trois régions:

Une région où les échanges thermiques se font essentiellement par conduction on a

$$C_p \overline{V'} T' \ll \lambda \overrightarrow{\text{grad}} T$$

on peut admettre dans cette région:

$$\overline{T}^+ = y^+ Pr.$$

Une région où les échanges thermiques se font à la fois par convection turbulente et par conduction.

Dans ce qui suit, nous la nommerons "région intermédiaire".

Une région où les échanges thermiques se font essentiellement par convection turbulente:

$$C_p \overline{V'} T' \ll \lambda \overrightarrow{\text{grad}} T.$$

Dans cette région, on peut admettre, en vue des applications pratiques

$$\overline{T}^+ = A \log y^+ + B.$$

Dans cette troisième région se place habituellement la limite de la zone "contrôlée" par la paroi. Mais ce n'est pas la règle:

la géométrie de l'écoulement peut être telle que des perturbations extérieures altèrent les propriétés de la zone "contrôlée" par la paroi et, en particulier, suppriment la loi semi-logarithmique. Dans ce qui suit, nous ne nous placerons pas dans ce cas.

De plus, lorsque la conductivité du fluide est très grande, et c'est le cas pour les métaux liquides, il est possible que la condition $C_p \overline{V'} T' \gg \lambda \overrightarrow{\text{grad}} T$ ne puisse être vérifiée. La loi semi-logarithmique, si elle existe, sera rejetée assez loin de la paroi.

On conçoit que les trois régions indiquées ci-dessus n'aient pas de limites précises. De plus, on connaît mal la quantité $C_p \bar{V}' T'$.

Expérimentalement, on constate que :

D'après [3], la loi $\bar{T}^+ = y^+ Pr$ est vérifiée pour $y^+ Pr < 1$ et la loi $\bar{T}^+ = A \log y^+ + B$ pour $y^+ Pr > 11,7$, (métaux liquides).

Il semble que pour l'air et le gaz carbonique ($Pr \sim 0,73$), la loi $T^+ = y^+ Pr$ soit vérifiée à peu près jusqu'à $y^+ \sim 5$ [2].

La recherche des valeurs des coefficients A et B en fonction de Pr de la loi $\bar{T}^+ = A \log y^+ + B$ est beaucoup plus importante, car cette loi permet, en plus, de préciser l'équation $\bar{T}^+ = f(y^+, Pr)$ dans la région "intermédiaire". De façon pratique, on peut dire que la connaissance des coefficients A et B est suffisante pour l'établissement de la loi $\bar{T}^+ = f(y^+, Pr)$ dans toute la zone "contrôlée" par la paroi. Nous allons étudier de plus près cette loi.

3. LOI SEMI-LOGARITHMIQUE $\bar{T}^+ = A \log y^+ + B$

On peut montrer [1] que la loi semi-logarithmique est la conséquence des faits suivants :

Près de la paroi, dans la zone "contrôlée" par la paroi, et sous les conditions indiquées ici, le terme $\bar{T}^+ = (\bar{T} - \bar{T}_p)/\theta^*$ est fonction de y^+ et du nombre de Prandtl

$$\bar{T}^+ = \frac{\bar{T} - \bar{T}_p}{\theta^*} = f(y^+, Pr).$$

Dans la zone centrale du tube, lorsque les nombres de Reynolds et de Péclet sont assez grands [1], le terme $\bar{T}_d^+ = (\bar{T}_c - \bar{T})/\theta^*$ est une fonction de $r/R = \eta$ et de Pr , indépendante de Re :

$$\bar{T}_d^+ = \frac{\bar{T}_c - \bar{T}}{\theta^*} = g(\eta, Pr).$$

En admettant que ces deux lois ont une partie commune, on a, pour cette partie commune $\bar{T}^+ = A \log y^+ + B$ (3) ou $\bar{T}^+ = A \ln y/R + B'$ (4) avec A, B et B' indépendante de Re .

3.1. Expérimentalement

Pour $Pr < 0,73$ et Pr un peu supérieur à 1, un certain nombre de mesures ont été faites en France, la plupart sous la direction de Fortier [2]. Ces résultats indiquent que la constante A de la loi $\bar{T}^+ = A \log y^+ + B$ est proche de 5,65 (valeur admise pour la loi correspondante des vitesses) et ne semble pas varier avec le nombre de Prandtl. Le coefficient B pour Pr voisin de 1 est tel que $\bar{T}^+ = u^+ + 20 (Pr - 1)$ [2].

Pour les métaux liquides ($Pr \sim 0,005$ à $0,02$), Kirillov [3], rassemblant un certain nombre de résultats adopte pour A une valeur 5,65. Cela, semble-t-il, confirme les résultats de [4]. Les résultats que nous présentons ici indiquent que A est probablement de l'ordre de 5 pour $Pr \sim 0,006$.

Les mesures de Deissler et Eian [5] d'une part, de Johnk et Hanratty [6], d'autre part, faites dans l'air, se rapportent à des nombres de Reynolds assez bas ($Re < 80000$). Il n'est pas sûr que Re soit assez élevé pour que la détermination des coefficients A et B soit possible (voir plus loin). Néanmoins, nous avons repris les points de mesure indiqués sur la Fig. 11 de la référence [5] le coefficient A semble situé entre 5,5 et 5,6.

Les résultats de Brundrett *et al.* et de Reynolds *et al.* [7] semblent confirmer que, pour l'air et pour $y^+ > 30$, il existe une région telle que $T^+ = 5,65 \log y^+ + B$ (Fig. 1). (Sauf peut-être dans le cas de la plaque plane, $Re = 8,9 \times 10^5$.)

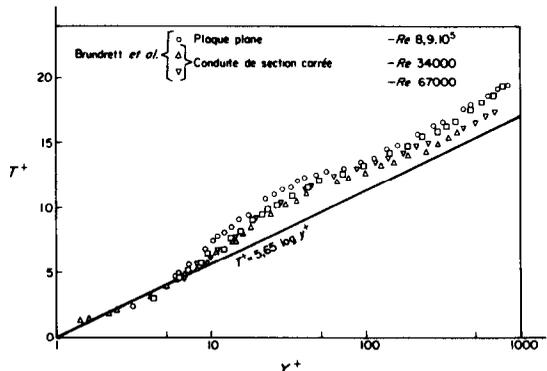


FIG. 1. Résultats expérimentaux [7].

3.2

Cette constance du coefficient A en fonction du nombre de Prandtl semble assez remarquable. Nous avons tenté un raisonnement, d'ailleurs basé sur le raisonnement correspondant pour les vitesses fait en [1], afin d'étudier la formation de la loi logarithmique.

Nous renvoyons [1] pour la justification de l'utilisation des valeurs "moyennes" d'une grandeur et des équations générales (Navier-Stokes et de la chaleur) en écoulement turbulent.

Plaçons-nous en régimes thermiques et dynamique établis. On prendra un système de coordonnées cylindriques, Ox sera l'axe du tube. On posera

$$\overline{V}_d^+ = \frac{\overline{V}_{\max}^+ - \overline{V}^+}{u^*}$$

et on prendra l'origine des enthalpies en $r = x = 0$. L'unité de longueur sera R , l'unité de vitesse u^* , l'unité de pression ρu^{*2} , et l'unité de temps R/u^* .

Nous supposons l'influence de la pesanteur négligeable. On obtient :

$$\frac{\partial P^+}{\partial t^+} + \text{div } \rho^+ \overline{V}_d^+ = 0$$

$$\rho^+ \frac{D\overline{V}_d^+}{Dt^+} = - \overline{\text{grad}} P^+ - \frac{1}{Re^*} Ft^+ \quad Ft^+ \text{ de la forme } \mu^+ [\quad]$$

$$\frac{DH^+}{Dt^+} = \frac{u^{*2}}{C_p \theta^*} \left[\frac{DP^+}{Dt^+} + \phi \right] + \frac{1}{Pe^*} [\text{div } \lambda^+ \text{ grad } T_d^+],$$

auxquelles il faut joindre les équations :

$$\rho^+ = f_1(H^+, P^+), \tag{1}$$

$$\lambda^+ = f_2(H^+, P^+), \tag{2}$$

$$\mu^+ = f_3(H^+, P^+), \tag{3}$$

et $T^+ = f_4(H^+, P^+). \tag{4}$

Les conditions aux limites sont :

$$\eta = 0 \quad \overline{V}_d^+ = 0 \quad \eta = \zeta = 0 \quad \overline{H}^+ = 0$$

$$\eta = 0 \quad \zeta \neq 0 \quad \overline{H}^+ = \frac{2x}{R} \cdot \frac{\varphi}{v} \cdot \frac{u^*}{U} \cdot \frac{1}{Re^*}$$

$$\eta = \pm 1 \quad \frac{\partial \overline{V}_d^+}{\partial \eta} = Re^* \quad \frac{\partial \overline{H}^+}{\partial \eta} = Pe^* = Pr \cdot Re^*.$$

Les paramètres du problème sont Re^* , Pe^* , $u^{*2}/C_p \theta^*$, α , β , γ , ..., ces derniers paramètres provenant des équations(1-4).

Dans ce qui suit, nous supposons le fluide incompressible et les pertes de charge pas trop grandes ($u^{*2}/C_p \theta^*$ négligeable). Les paramètres restants sont Re^* et Pr .

L'expérience nous indique que lorsque Pe^* (ou Re^*) est très grand, \overline{T}_d^+ (ou \overline{H}^+) et \overline{V}_d^+ dans la zone centrale du tube restent bornées et deviennent des fonctions de r/R indépendantes de Re . Les termes facteurs de $1/Re^*$ et $1/Pe^*$ dans le système d'équations restent bornés supérieurement dans la zone centrale du tube.

On retrouverait l'invariance de A avec Pr en faisant l'hypothèse suivante :

Dans le centre du tube, la solution "moyenne" H^+ pour Pe^* (et Re^*) très grand, dont l'existence a été constatée expérimentalement est solution du système limite d'équations indiqué précédemment pour $Re^* \rightarrow \infty$ et cette solution est unique.

Or ce système ne contient plus ni Re^* ,

ni Pe^* , la fonction limite ne comprendra ni Re^* (ce que confirme l'expérience), ni Pe^* , donc Pr .

Sous cette hypothèse, la fonction

$$\overline{T}_d = \frac{\overline{T} - \overline{T}_c}{\theta^*} = g(\eta) = f(1 - \eta)$$

est indépendant de Re^* et de Pr pour $Re^* \rightarrow \infty$.

Or le coefficient A de la loi semi-logarithmique est tel que

$$A = \frac{\partial f(1 - \eta)}{\partial(1 - \eta)} \cdot (1 - \eta)$$

([8] pour les valeurs de η où existe cette loi), donc indépendant sous l'hypothèse faite du nombre de Prandtl.

3.3

Un raisonnement rigoureux sur ce problème nous paraît difficile. Il faudrait savoir ce que deviennent les solutions du système d'équations différentielles indiqué § 3.2 lorsque $Re \rightarrow \infty$.

Néanmoins le raisonnement ci-dessus indiqué :

La loi logarithmique $\bar{T}^+ = A \log y^+ + B$ et la loi $(\bar{T} - T_c)/\theta^* = g(\eta)$ indépendantes de Re ne peuvent être que des lois limites valables pour Re et $Pe \rightarrow \infty$. Ce point est absolument fondamental. Il a été établi pour les vitesses [1] et nous n'avons fait que reprendre le raisonnement pour les températures. Cela explique pourquoi dans le cas des métaux liquides ($Pe \ll Re$), les coefficients A et B et la fonction $g(\eta)$ limite sont plus difficilement obtenus. C'est pourquoi aussi les mesures qui pour l'air ont donné

$$\bar{T}^+ = 5,65 \log y^+ - 0,4 = \bar{u}^+ - 5,4 \quad [2]$$

et qui ont été obtenues pour un nombre de Reynolds très élevé ($Re = 620000$) nous paraissent particulièrement sûres.

Le fait pour A d'être indépendant du nombre de Pr serait lié à l'existence d'une loi $(\bar{T} - \bar{T}_c)/\theta^* = g(\eta)$ indépendante de Pr dans la partie centrale du tube lorsque Re et $Pe \rightarrow \infty$. Expérimentalement, on sait que tout près du centre, on a

$$\frac{\bar{T} - \bar{T}_c}{\theta^*} = \alpha \frac{\bar{U}_{\max} - \bar{U}}{u^*}$$

pour les grands nombres de Reynolds et de Péclet.

Si $g(\eta)$ est effectivement indépendant de Pr , α doit être égal à 1. Les mesures effectuées

[2, 6, 9] sont un peu difficiles (les quantités à mesurer sont faibles près du centre) et donnent α compris entre 0,85 et 1,15.

Une dernière remarque: en toute rigueur, c'est l'enthalpie \bar{H}^+ qui devrait donner lieu aux lois-limites. La différence entre \bar{H}^+ et $C_p \bar{T}^+$ n'est pas sensible expérimentalement.

En résumé: un certain nombre de mesures nous permettent d'envisager le cas où le coefficient A du logarithme serait indépendant du nombre de Prandtl. En tout état de cause, la loi logarithmique est une loi limite et les mesures faites pour la déterminer doivent se rapporter à des nombres de Re et de Pe très grands.

De nouvelles mesures restent nécessaires, surtout pour les nombres de Prandtl élevés, où nous avons peu de renseignements.

4. RELATION DONNANT LES COEFFICIENTS D'ECHANGE DANS LE CAS D'UN TUBE LISSE (ECOULEMENT ETABLI)

4.1

Le problème (ainsi que le problème correspondant dans le cas d'une plaque plane) a été traité par Fortier pour les fluides dont le nombre de Prandtl est de l'ordre de 1 et plus grand que 1.

Nous renvoyons donc [2] en rappelant simplement les résultats suivants :

Les mesures de \bar{T}^+ et de \bar{u}^+ faites près de la paroi conduisent à une relation $\bar{T}^+ = A' \bar{u}^+ + B'$ (sauf très près de la paroi).

Les coefficients A' et B' sont liés aux coefficients des lois logarithmiques pour les vitesses et les températures.

La relation $\bar{T}^+ = A' \bar{u}^+ + B'$, par un calcul très simple, conduit aux valeurs des coefficients d'échange. La forme en est, pour un tube lisse :

$$Ms = \frac{(A/8) K_1(Pr)}{1 - K_2(Pr) [\sqrt{(A/8) + 7,62(A)}]}$$

Ces relations sont vérifiées expérimentalement sur une large gamme de nombre de Reynolds.

4.2

C'est le cas de métaux liquides qui nous intéresse. Le nombre de Pr étant $\ll 1$, il est peu vraisemblable quelles zones semi-logarithmiques pour la vitesse et la température se recouvrent (si la dernière existe). Une relation aussi simple que $T^+ = A'\bar{u}^+ + B'$ ne pourra donc certainement pas être utilisée.

Mais nous ferons toujours la même hypothèse :

Les relations $\bar{T}^+ = f_1(y^+, Pr)$ et $\bar{u}^+ = f_2(y^+)$ obtenues dans la zone "contrôlée" par la paroi peuvent être prolongées jusqu'au centre du tube pour le calcul des coefficients de convection.

Etablissons la relation générale reliant $\bar{T}^+ = f_1(y^+, Pr)$ et $\bar{u}^+ = f_2(y^+)$ aux coefficients de convection.

On a

$$\pi R^2 \cdot U \cdot \Delta T_{\text{moy}} = \int_0^R 2\pi r \, dr \, \Delta T$$

ou, en grandeurs adimensionnelles :

$$\pi R^2 \cdot U \cdot \Delta T_{\text{moy}} = 2\pi u^* \cdot \left(\frac{v}{u^*}\right)^2 \times \theta^* \cdot \int_0^{Ru^*/v} \left(\frac{Ru^*}{v} - y^+\right) u^+ \Delta T \, dy^+$$

Posons

$$\frac{Ru^*}{Y} = R^* = \frac{1}{2} Re^*$$

On a

$$\Delta T_{\text{moy}} = \frac{2u^*}{U} \cdot \left(\frac{v}{u^*}\right) \cdot \frac{1}{R^2} \cdot \theta^* \left[\int_0^{R^*} R^* u^+ \Delta T^+ \, dy^+ - \int_0^{R^*} y^+ u^+ \Delta T^+ \, dy^+ \right]$$

(en posant $R^* = Ru^*/v$).

Posons les deux fonctions :

$$S = S(R^*) = \int_0^{R^*} u^+ \Delta T^+ \, dy^+ \quad \text{et} \\ W = W(R^*) = \int_0^{R^*} u^+ \Delta T^+ y^+ \, dy^+.$$

Tout calcul fait, il vient :

$$Nu = \frac{1}{8} \cdot Pe^* \cdot Re^{*2} \cdot \frac{U}{u^*} \left(\frac{1}{R^*S - W} \right) \quad \text{ou} \\ Ms = \frac{1}{8} \cdot Re^{*2} \left(\frac{1}{R^*S - W} \right).$$

Nous allons utiliser ces relations pour calculer effectivement les coefficients de convection thermique dans le cas des métaux liquides.

On peut se poser la question de l'erreur faite en évaluant de cette façon les coefficients d'échange, c'est-à-dire en supposant les "lois à la paroi" valables jusqu'au centre. Cette erreur est très faible :

Au sujet des températures : sur la Fig. 2, où les points expérimentaux portés vont jusqu'au centre du tube, on constatera que la "loi à la paroi" est vérifiée sans erreur appréciable jusqu'au centre.

Au sujet des vitesses, nous avons comparé dans le cas d'un écoulement d'air dans un tube, le débit mesuré directement avec une bonne précision (à l'aide d'une tuyère), et le débit calculé en intégrant la "loi à la paroi". La différence était de 1,5 pour cent.

5. DETERMINATION EXPERIMENTALE DE LA RELATION $T^+ = f(y^+, Pr)$ DANS LE CAS DES METAUX LIQUIDES

Une difficulté particulière existe dans le cas des métaux liquides : il existe près de la paroi une résistance thermique de contact. De ce fait, dans la plupart des cas la température de la paroi ne peut pas être atteinte directement. Cependant nous savons que très près de la paroi, la relation $T^+ = y^+ Pr$ est vérifiée. Il nous faut d'abord déterminer jusqu'à quelle distance de la paroi cette loi est valable.

5.1. Étude de la loi $\bar{T}^+ = y^+ Pr$ —[10]

Nous pouvons étudier la loi $\bar{T}^+ = f(y^+, Pr)$ dans une autre géométrie que celle du tube. Cette loi est d'autant plus invariable que l'on se place près de la paroi. Nous disposons d'un

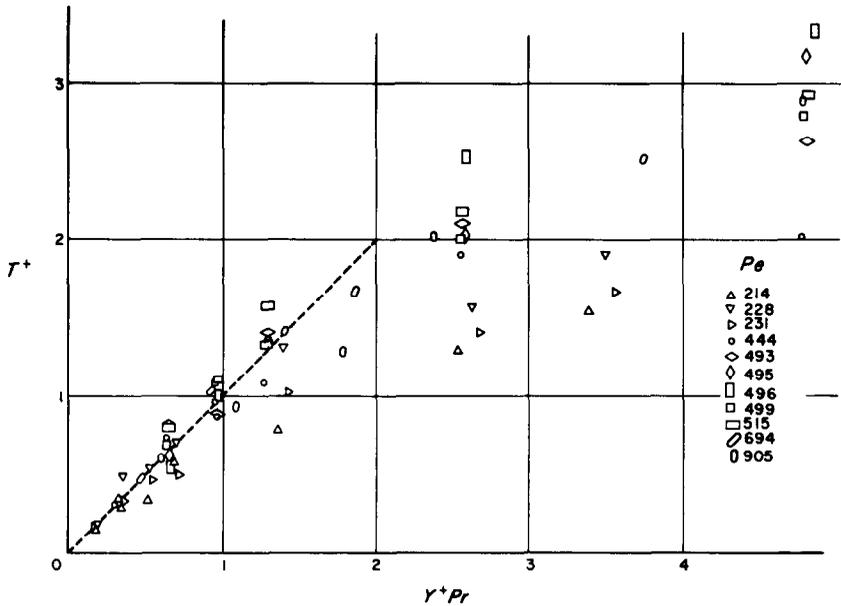


FIG. 2. Distribution de température dans un métal liquide.

certain nombre de points de mesure effectués dans un tube annulaire (partie d'un échangeur sodium-eau) très près de la paroi. La température de la paroi n'était pas connue. Nous n'avions qu'une valeur approximative du flux local, obtenu par un calcul classique d'échangeur. Le coefficient de frottement a été calculé par les relations classiques pour les espaces annulaires [11].

Nous avons alors essayé de déterminer la relation $\bar{T}/\theta^* = f(y^+, Pr)$ avec $\theta^* = \varphi/\rho C_p u^*$. Cette courbe doit être une droite pour les faibles valeurs de $y^+ Pr$ et doit couper l'axe $y^+ Pr = 0$ pour une température égale à la température qu'aurait la paroi si le fluide était propre (notre méthode revient à considérer que la résistance thermique de contact est incorporée à la paroi). D'autre part, si la pente de cette droite n'est pas 1, mais α , le flux réel est le flux estimé $\times 1/\alpha$.

Nous avons constaté que le flux estimé était exact et put obtenir la température de la paroi.

Ensuite, nous avons essayé de déterminer la

relation $\bar{T}^+ = f(y^+, Pr)$ très près de la paroi. On constatera que la loi $\bar{T}^+ = y^+ Pr$ peut être considérée comme valable jusqu'à $y^+ Pr = 1$ (Fig. 1).

5.2. Relation $\bar{T}^+ = f(y^+, Pr)$ au delà de $y^+ Pr = 1$ —[10]

Nous disposons d'un certain nombre d'essais faits dans un tube.

Le flux local était assez bien connu: il s'agissait d'un échangeur sodium-sodium tube-espace annulaire. Le fluide passait d'abord dans l'espace annulaire puis dans un tube, ce qui fait que le débit était le même dans les deux parties de l'échangeur. De plus, le tronçon d'essai est très long (230 D), ce qui atténue largement les effets d'entrée. Aussi, par un calcul classique, on a déterminé d'après les températures d'entrée et de sortie des deux fluides, un coefficient global d'échange K . On a posé ensuite $\varphi = (K \Delta T) \cdot \Delta T$ étant la différence des températures moyennes des deux fluides dans la section considérée.

Comme dans le cas précédent, la température de la paroi ne pouvait pas être atteinte directement. Nous n'avons utilisé que les essais où le premier point de mesure est à une distance de la paroi telle que $y^+ Pr \leq 1$. En utilisant en ce premier point de mesure, la relation

$$\frac{\bar{T}_p - \bar{T}}{\theta^*} = y^+ Pr$$

dont on vient de vérifier la validité, on calcule la température de la paroi.

La loi semi-logarithmique est à peu près inexistante dans nos mesures et probablement dans beaucoup de mesures dans les métaux liquides. La conductivité étant très forte, la condition $C_p \bar{v} T' \gg \lambda \text{ grad } T$ n'est ici que difficilement remplie. Nous admettrons qu'elle est remplie pour $y^+ Pr > 11,7$ [3].

Nous avons pu vérifier sur nos résultats que le coefficient A du logarithme est probablement de l'ordre de 5 (pour $Pr = 0,005$ cf. Fig. 3). En admettant que ce coefficient vaut 5,65 (valeur du coefficient correspondant de la loi pour les

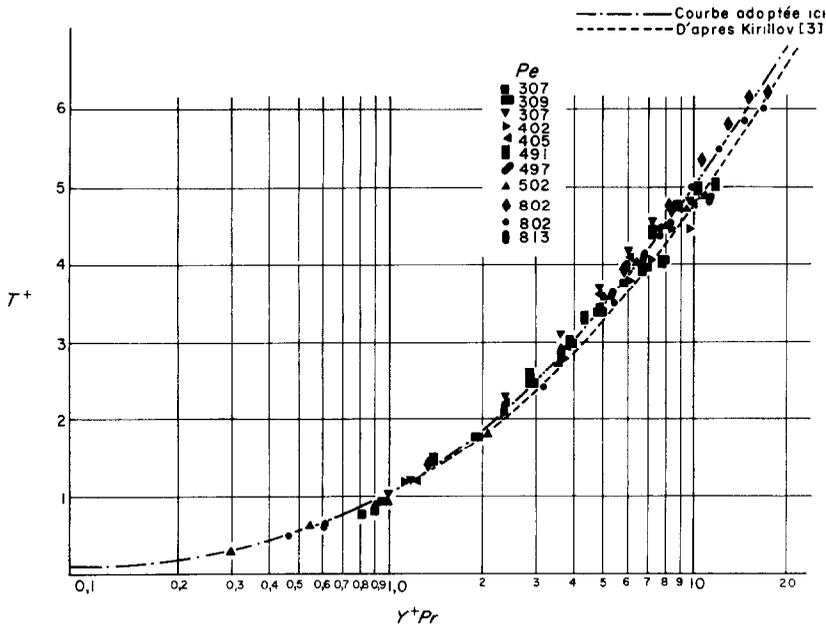


FIG. 3.

Les résultats obtenus sont indiqués sur la Fig. 3. Pour pouvoir comparer nos résultats à ceux de Kirillov [3], nous avons placé \bar{T}^+ en fonction de $y^+ Pr$. Nos points sont situés très légèrement au-dessus de ceux de [3], l'accord pouvant être considéré comme très bon. En prenant une relation du même type que [3] nous adopterons la relation:

$$\bar{T}^+ = 4,30 \log(y^+, Pr + 1) + 0,090 y^+ Pr - 0,385,$$

pour la région intermédiaire.

vitesses), nous sommes amenés, pour prolonger de façon continue, la courbe dans la région "intermédiaire", à admettre:

$$\bar{T}^+ = 5,65 \log y^+ Pr - 0,65$$

pour les calculs de coefficient de convection.

Nous admettrons avec Kirillov [3] que les relations $\bar{T}^+ = f(y^+ Pr)$ sont valables quel que soit le nombre de Prandtl pourvu qu'il soit faible. Nous les utiliserons pour $0,001 < Pr < 0,01$.

6. VALEURS DES COEFFICIENTS DE CONVECTION THERMIQUE POUR LES METAUX LIQUIDES

6.1

Rappelons les relations utilisées :

$$Nu = \frac{1}{8} \cdot Pe^* \cdot Re^* \cdot \frac{U}{u^*} \cdot \frac{1}{(R^*S - W)}$$

$$Ms = \frac{1}{8} \cdot Re^{*2} \cdot \frac{1}{(R^*S - W)}$$

avec

$$S = \int_0^{R^*} \bar{u}^+ \bar{T}^+ dy^+$$

et

$$W = \int_0^{R^*} \bar{u}^+ \bar{T}^+ y^+ dy^+$$

et

$$\begin{cases} \bar{u}^+ = y^+ & \text{pour } y^+ \leq 5 \\ \bar{u}^+ = 11,5 \log y^+ - 3,05 & \text{pour } 5 < y^+ < 25 \\ \bar{u}^+ = 5,65 \ln y^+ + 5 & \text{pour } y^+ > 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{T}^+ = y^+ Pr & \text{pour } y^+ Pr \leq 1 \\ \bar{T}^+ = 4,30 \log (y^+ Pr + 1) + 0,090 y^+ Pr - 0,385 & \text{pour } 1 < y^+ Pr < 11,7 \\ \bar{T}^+ = 5,65 \log y^+ Pr - 0,65 & \text{pour } y^+ Pr > 11,7 \end{cases}$$

On indique Figs. 4 et 5 les courbes :

$$Nu = f(Pe^*) \quad \text{et} \quad Ms^* = Ms \cdot \frac{u^*}{U} = f(Pe^*) \quad (I)$$

et Figs. 6 et 7 les courbes :

$$Nu = f(Pr) \quad \text{et} \quad Ms = f(Pr) \quad (II)$$

On constate que pour $0,001 < Pr < 0,01$, les relations du type I sont indépendantes du nombre de Prandtl. Les relations du type II dépendent un peu de Pr . Cela est dû à la variation lente de u^*/U avec le nombre de Reynolds.

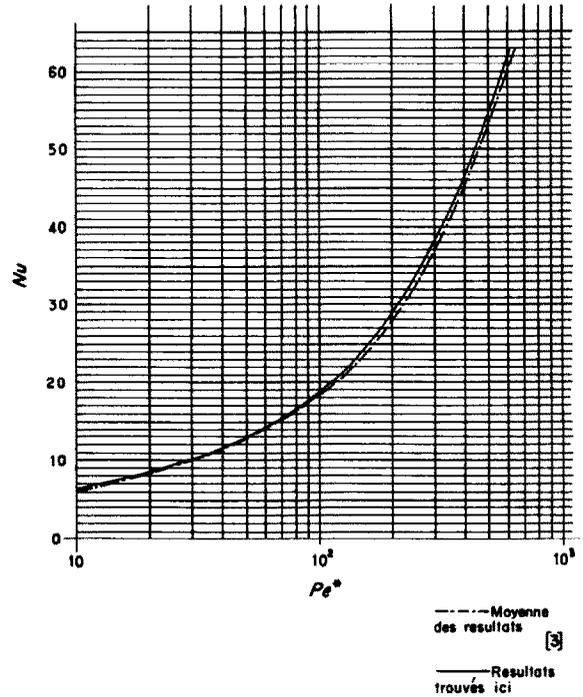


FIG. 4. Valeurs de Nu en fonction de Pe*.

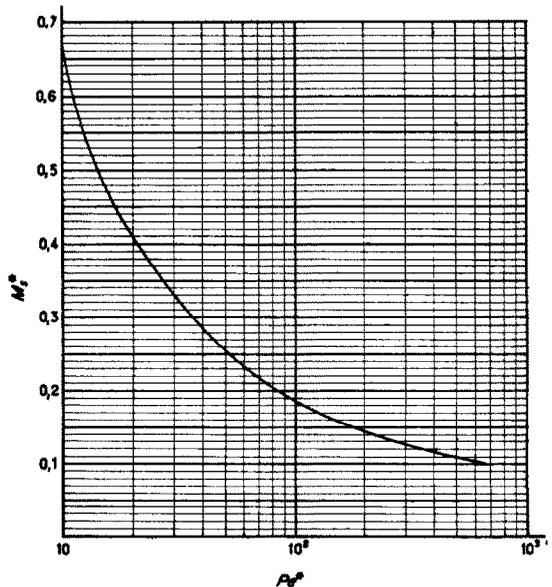


FIG. 5. Valeurs de Ms* en fonction de Pe*.

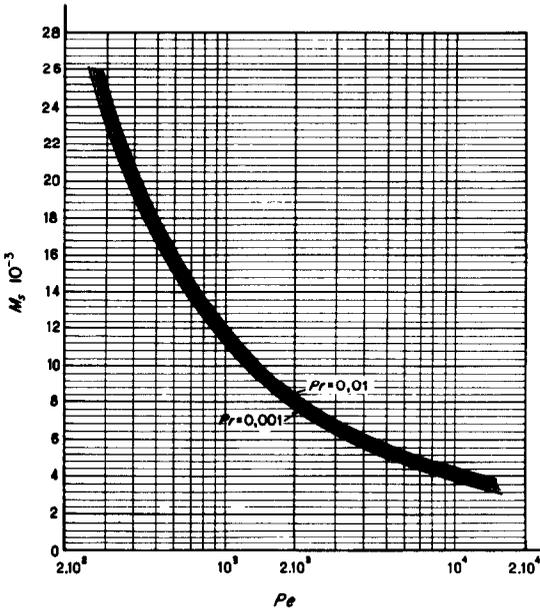


FIG. 6. Valeurs de M_s en fonction de Pe .

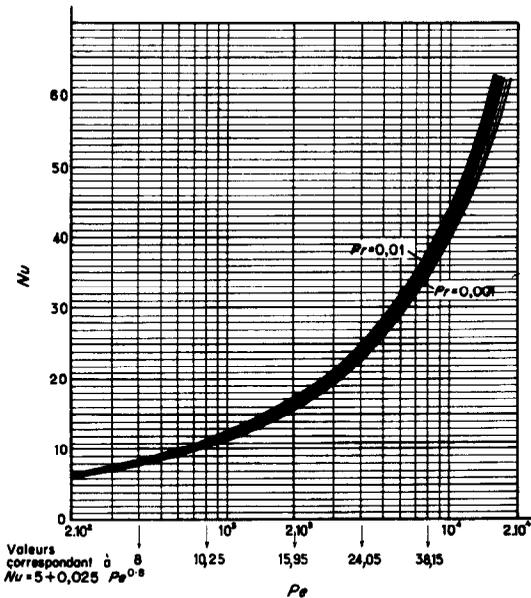


FIG. 7. Valeurs de Nu en fonction de Pe .

6.2

Les relations obtenues sont très proches et parfaitement cohérentes avec les résultats expérimentaux trouvés par ailleurs [12], ou avec certains résultats provenant de théories semi-empiriques. En particulier, la relation $Nu = 5 + 0,025 Pe^{0,8}$ calculée et vérifiée par des résultats expérimentaux [3] est confirmée par nos résultats.

6.3

Les coefficients convection thermique obtenus ne sont valables qu'en l'absence de résistance thermique de contact. En utilisant pour les calculer, une température de paroi mesurée, on obtient couramment des valeurs inférieures à celles que prévoit la relation :

$$Nu = 5 + 0,025 Pe^{0,8}$$

Seule l'utilisation d'un fluide parfaitement purifié, ou d'une température de paroi déduite des profils $T^+ = f(y^+, Pr)$ peut conduire à des résultats cohérents entre eux et décrits par les relations indiquées ici.

7. CONCLUSION

7.1

Dans certaines géométries d'écoulements simples, mais fondamentales, la donnée des profils de température et de vitesse dans la zone "contrôlée" par la paroi suffit pour calculer directement et avec une bonne précision les coefficients convection thermique.

Cette méthode déjà utilisée avec succès dans le cas des fluides courants (air-eau) [2] a été étendue sans aucune difficulté aux écoulements de métaux liquides dans les tubes lisses.

Pour les métaux liquides, d'une part, et les fluides courants (air-eau) d'autre part, les lois donnant les coefficients de transferts thermiques sont de formes différentes. Pour les métaux liquides, il n'est pas possible d'établir de relation $T^+ = h(\bar{u}^+)$ simple : les zones où les lois $T^+ =$

$f_1(y^+)$ et $\bar{u}^+ = f_2(y^+)$ sont de même forme, ne coïncident pas. En particulier la zone où la relation $\bar{T}^+ = f(y^+)$ a une forme semi-logarithmique est ici largement rejetée vers le centre du tube (quand elle existe).

On trouvera Figs. 4-7 les coefficients de transferts thermiques obtenus pour les métaux liquides dans un tube lisse en écoulement établi (fluide propre). Nos résultats confirment la relation moyenne :

$$Nu = 5 + 0,025 Pe^{0,8}.$$

La différence observée éventuellement entre ces coefficients et des coefficients mesurés proviendrait probablement de résistances thermiques de contact [12].

7.2

En étudiant les lois semi-logarithmiques $\bar{T}^+ = A \log y^+ + B$ dans le cas des métaux liquides, nous avons constaté que le coefficient A est proche de celui observé pour d'autres fluides, dont le nombre de Prandtl est proche de 1. En reprenant un certain nombre d'essais effectués pour différents fluides, nous n'avons pas pu établir de différence bien nette entre la valeur de ce coefficient A et le coefficient A' de la loi $\bar{u}^+ = A' \log y^+ + B$

Malheureusement, et surtout pour $Pr > 1$, on ne possède que peu de mesures donnant la loi $\bar{T}^+ = f(y^+)$. De plus ces mesures devraient être faites pour Re et Pe assez élevés, car A et B varient avec Re et Pe pour des valeurs trop faibles (§3).

Spalding [13] et Landau [14] posent $A/A' = Pr_{eff}$ (dans la zone où les lois semi-logarithmiques pour la vitesse et la température coïncident). Aussi il est vraisemblable que l'étude de l'évolution de la loi $\bar{T}^+ = f(y^+)$, et en particulier de la loi semi-logarithmique, en fonction du nombre de Prandtl peut fournir certaines données sur le mécanisme des échanges thermiques par convection turbulente.

C'est ainsi qu'en joignant les résultats de [15] et [2], il semble que pour l'air Pr_{eff} croît avec Re et tend vers 1 pour Re très grand, tout au

moins dans la zone commune aux deux lois semi-logarithmiques ($A/A' = 1$ pour $Re = 620000$, [2]).

7.3

Les types de raisonnement faits ici pourraient s'appliquer à d'autres cas de transferts que les échanges thermiques. Prenons le cas de la diffusion d'une grandeur en écoulement turbulent, telle que cette grandeur ne perturbe pas l'écoulement et qu'elle diffuse suivant une loi de Fick; les mêmes lois adimensionnelles apparaîtront avec des propriétés analogues. Cependant, il sera nécessaire de prendre comme unité de concentration: $c^* = \varphi/\rho U^*$ (unité correspondante à l'enthalpie pour les problèmes thermiques).

REMERCIEMENTS

Je remercie Monsieur le Professeur Fortier, Professeur à la Sorbonne, qui m'a guidé lors de ce travail.

REFERENCES

1. A. FORTIER, Sur les propriétés des écoulements turbulents définis par des conditions aux frontières stationnaires, *Houille Blanche* 3, 241-252 (1963).
2. A. FORTIER, Cours de convection forcée, Faculté des Sciences de Paris (1959-1960).
3. P. L. KIRILLOV, Generalization of experimental data on heat transfer in molten metals, *Soviet J. Atom. Energy* 13, 5 (1963).
4. H. E. BROWN, B. H. AMSTEAD et B. E. SHORT, Temperature and velocity distributions and transfer of heat in a liquid metal, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs* 79, 279-285, (1957).
5. R. G. DEISSLER et C. S. EIAN, Analytical and experimental investigation of fully developed turbulent flow of air in a smooth tube with heat transfer with variable fluid properties, NACA TN 2629 (1952).
6. R. E. JOHNK et J. K. HANRATTY, Temperature profiles for turbulent flow of air in a pipe, *Chem. Engng Sci.*, 17, 867-879 (1962).
7. F. A. DVORAK et M. R. HEAD, Heat transfer in the constant property turbulent boundary layer, *Int. J. Heat Mass Transfer* 10, 61-81 (1967).
8. M. DOUCHEZ, *Etude des Transferts en Mécanique des Fluides Monophasiques*, Tome II. Masson et Cie (1966).
9. W. SQUIRE et R. E. JOHNK, Letters to the editor, *Chem. Engng Sci.* 19, 87-89 (1964).
10. A. BRACHET, G. CORNU, F. DEMARGNE et L. TACCOEN, Contribution à l'étude des profils adimensionnels de température pour les métaux liquides. Symposium franco-soviétique sur les échanges de chaleur, Grenoble (1966). (Disponible comme rapport interne du Service

- des Etudes et Recherches Nucléaires, Thermiques et Hydrauliques, Chatou, France.)
11. J. G. KNUDSEN et D. L. KATZ, *Fluid Dynamics and Heat Transfer*. McGraw-Hill, New York (1958).
 12. V. L. SUBBOTIN *et al.*, Heat removal from the reactor fuel elements cooled by liquid metals, in *Third United Nations International Conference of the Peaceful Uses of Atomic Energy*. New York (1964).
 13. D. B. SPALDING, Contribution to the theory of heat transfer across a turbulent boundary layer, *Int. J. Heat Mass Transfer* **10**, 61-81 (1964).
 14. L. D. LANDAU et E. M. LIFSHITZ, *Fluid Mechanics*. Pergamon Press, Oxford (1963).
 15. C. A. SLEICHER, Experimental velocity and temperature profiles for air in turbulent flow in a pipe, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs* **80**, 693 (1958).

Abstract—For some simple but fundamental cases it is sufficient to know the “laws of the wall” $\bar{T}^+ = f(y^+, Pr)$ and $u^+ = g(y^+)$ to calculate directly the heat-transfer coefficients. The study has already been done for common fluids (air-water) in two particular cases: a smooth tube and a flat plate.

You will find here the case of molten metals in smooth tubes. The heat-transfer laws obtained with the present method agree very well with the experimental results. Moreover, the method shows clearly the effect of the thermal contact resistance.

The coefficients A of the semi-log law $\bar{T}^+ = A \log y^+ + B$ does not seem to vary much with the Prandtl number. However to make this point sure, more measures are necessary. In any way, these measures must be done at high Reynolds and Péclet numbers: as a matter of fact A can vary with Re , for small Re .

Zusammenfassung—Für einfache aber grundlegende Fälle genügt es, die “Wandgesetze”, nämlich $\bar{T}^+ = f(y^+, Pr)$ und $u^+ = g(y^+)$ zu kennen, um direkt den Wärmeübergangskoeffizienten berechnen zu können. Diese Untersuchung ist bereits durchgeführt worden für gewöhnliche Flüssigkeiten (Luft und Wasser) in zwei besonderen Fällen: Für ein glattes Rohr und eine ebene Platte.

Hier wird der Fall eines geschmolzenen Metalles in glatten Rohren behandelt. Die mit der hier behandelten Methode erhaltenen Wärmeübergangsgleichungen stimmen sehr gut mit Versuchsergebnissen überein. Daneben zeigt die Methode deutlich den Einfluss eines thermischen Kontaktwiderstandes.

Der Koeffizient A eines halblogarithmischen Gesetzes $\bar{T}^+ = A \log y^+ + B$ scheint sich nicht viel mit der Prandtl-Zahl zu ändern. Zur Festigung dieser Aussage sind jedoch noch weitere Messungen erforderlich. Diese Messungen müssen bei grossen Reynolds- und Peclet-Zahlen durchgeführt werden. Bei kleinen Re kann sich A mit Re ändern.

Аннотация—Для некоторых простых, но основных случаев достаточно знать «закон изменения температуры стенки» $T^+ = f(y^+ Pr)$ и $u^+ = g(y^+)$, чтобы непосредственно рассчитать коэффициенты теплообмена. Исследования уже проводились для обычных жидкостей (воздух-вода) в двух частных случаях: гладкая труба и плоская пластина.

Здесь будет рассматриваться случай жидкого металла в гладких трубах. Закономерности теплообмена, найденные с помощью данного метода, очень хорошо согласуются с экспериментальными результатами. Кроме того, с помощью этого метода можно легко заметить влияние теплового контактного сопротивления.

Предполагается, что коэффициенты A полу-логарифмического закона $T^+ = A \log y^+ + B$ незначительно изменяются с изменением числа Прандтля. Однако, чтобы убедиться в этом, необходимо провести дальнейшие исследования. Во всяком случае нужно выполнить эти измерения при больших числах Пекле и Рейнольдса: A может изменяться с числом Рейнольдса, когда значения последнего не велики.